

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ УРОЖАЙНОСТИ ЯБЛОНИ НА ПОДВОЕ 62-396

Вячеслав Леонидович Захаров, доктор сельскохозяйственных наук, профессор

Сергей Сергеевич Бунеев, кандидат физико-математических наук

Сергей Юрьевич Шубкин, кандидат технических наук, доцент

Борис Александрович Сотников, кандидат сельскохозяйственных наук, доцент

Владимир Александрович Кравченко, кандидат сельскохозяйственных наук, доцент

ФГБОУ ВО «Елецкий государственный университет имени И.А. Бунина», г. Елец, Россия

E-mail: zaxarov7979@mail.ru

Аннотация. Выделены наиболее значимые почвенные параметры для формирования урожайности сортов яблони на карликовом подвое 62-396, построена математическая модель для прогнозирования урожайности плодов в условиях Центрального Черноземного региона Российской Федерации. Исследования проводили в 2004–2022 годах на промышленных насаждениях яблони в возрасте полного плодоношения в двух хозяйствах Липецкой области и восьми Тамбовской. Изучено семь типов почв. На основании статистического анализа получена математическая модель урожайности яблони как аналитическая зависимость от трех факторов. Представлена геометрическая интерпретация регрессионной модели с помощью системы символьной математики Mathcad в виде поверхностей отклика и соответствующих им линий уровня. Даны практические рекомендации по выбору рациональных параметров внутри интервалов варьирования факторов.

Ключевые слова: яблоня, гумус, плотность почвы, прогнозирование урожая

MATHEMATICAL MODEL FOR PREDICTING THE YIELD OF APPLE TREES ON ROOTSTOCK 62-396

V.L. Zakharov, *Grand PhD in Agricultural Sciences, Professor*

S.S. Buneev, *PhD in Physical and Mathematical Sciences*

S.Yu. Shubkin, *PhD in Engineering Sciences, Associate Professor*

B.A. Sotnikov, *PhD in Agricultural Sciences, Associate Professor*

V.A. Kravchenko, *PhD in Agricultural Sciences, Associate Professor*

Bunin Yelets State University (YelSU), Yelets, Russia

E-mail: zaxarov7979@mail.ru

Abstract. Traditionally, forecasting apple tree yields was carried out on the basis of statistics of already obtained long-term yield dynamics or based on generative formations formed on the tree. The purpose of the work is to identify the most significant soil parameters for the formation of the apple tree varieties yield on the dwarf rootstock 62-396 and to build a mathematical model for predicting fruit yield in the conditions of the Central Chernozem region of the Russian Federation. Field research was carried out in 2004–2022 in industrial apple tree plantations at the age of full fruiting in the Lipetsk (two farms) and Tambov (eight farms) regions. Seven horticultural soil types have been studied. Based on statistical analysis, a mathematical model of apple tree productivity was obtained in the form of an analytical dependence on three factors. A geometric interpretation of the regression model is given using the Mathcad symbolic mathematics system in the form of response surfaces and the corresponding level lines. Practical recommendations are given for choosing rational parameters within selected intervals of factor variation.

Keywords: apple tree, humus, soil density, crop forecasting

На формирование урожайности яблони влияет комплекс почвенных параметров. В овражном районе Лессового плато Северного Китая лимитирующий фактор урожайности яблони — влажность почвы. [20] Для этого региона были определены критические пороговые значения pH, содержания органического вещества, доступного азота, фосфора и калия, на основе которых стало возможным корректировать систему удобрений. [23] Урожайность яблони зависит от плотности почвы, ее гранулометрического состава, наличия органического вещества и прочих почвенных параметров. [11, 19, 21] Содержание бора определяет процент завязывания плодов, азота — макроэлементный состав листьев и плодов, фосфора — нормализует стабильность клеточных мембран, препятствует межклеточному наливу плодов, повышает их устойчивость к потемнению и способствует увеличению антиоксидантов. [8, 15] Рост количества калия в почве приводит

к уменьшению процента кальция в листьях и плодах яблони, но увеличивает урожайность последних, содержание в них сахаров и сохранность. [7] На примере сорта *Лодо* и *Жигулевское* в условиях Тамбовской области было доказано, что снижение поступления калия в растение делает более доступным почвенный калий, способствующий увеличению его содержания в листьях и твердости плодов. [5, 10] Большое количество дрожжей и полезных бактерий в почве способствует хорошей гумусированности и ускоряет фотосинтез яблони, увеличение кислотности почвы приводит к повышению содержания марганца в листьях. [12, 13] Содержание цинка, марганца и бора в яблоках и листьях прямо пропорционально концентрации этих элементов в питательном растворе. [9]

Традиционно урожайность яблони прогнозировали по ее многолетней динамике или исходя из сформированных на дереве генеративных образований.

Рассчитать урожайность можно по проценту плодовых образований в общей структуре ветвей или обработав фотографии кроны с помощью искусственной нейронной сети, а также по сорто-подвойным комбинациям. [14] Есть фотокамеры, позволяющие по величине кроны и диаметру яблок точно определить урожайность яблони. [1, 4, 16–18, 22] Машинное зрение распознает степень плодовой нагрузки и калькулирует ожидаемый урожай. [6] Построена модель на метео-данных, помогающая оценить степень повреждения деревьев яблони. [2] Создан программный инструмент Crop Advisor, прогнозирующий урожайность яблони с помощью климатических параметров. [11] В Калифорнии, с учетом нескольких неизменных параметров почвы по данным шести округов, разработали компьютерную модель для вычисления урожайности яблони. [3]

Цель работы – выделить наиболее значимые почвенные параметры для формирования урожайности сортов яблони на карликовом подвое 62-396, построить математическую модель для ее прогнозирования в условиях Центрального Черноземного региона РФ.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Полевые опыты проводили в 2004–2022 годах на промышленных насаждениях яблони (возраст полного плодоношения) в двух хозяйствах Липецкой области и восьми Тамбовской. Система содержания междурядий – черный пар. Сорта *Мелба*, *Мантет*, *Первенец*, *Синап Орловский*, *Северный Синап*, *Лобо*, *Жигулевское*, *Уэлси*, *Пепин шафранный*, *Веньяминовское*, *Строевское*, *Богатырь*, *Победа*, *Антоновка обыкновенная*, *Беркутовское*. Подвой – 62-396. Схема размещения деревьев – 5 × 3 м. Почвы – чернозем оподзоленный, выщелоченный, типичный, лугово-черноземная, черноземно-луговая, серая лесная, дерново-подзолистая. На каждом из типов почв было по 24 учетных дерева, шесть в блоке. Расположение блоков – рендомизированное. Учитывали урожай по методическим указаниям Ю.А. Маркова. Агрохимические анализы почвы выполняли в научно-исследовательской лаборатории Елецкого государственного университета имени И.А. Бунина по инструкции ЦИНАО, физические параметры – термостатно-весовым и объемно-весовым методами. Полученные данные математически обрабатывали методом дисперсионного анализа по Б.А. Доспехову, корреляционный анализ осуществляли в программе Microsoft Excel.

В исследовании применяли симметричные ротатбельные композиционные планы второго порядка, состоящие из ядра и звездных точек.

В качестве основных факторов, оказывающих наиболее значительное воздействие на урожайность – у, были выбраны: X_1 – плотность почвы, X_2 – мощность гумусового горизонта и X_3 – процентное содержание гумуса. Характеристики планирования сведены в таблицу.

Для формализации задачи исследования, факторы были закодированы с помощью выражения:

$$x_i = \frac{X_i - X_{0i}}{\Delta}, \quad (1)$$

где x_i – кодированное значение фактора, верхний уровень – 1, нижний – минус 1, центр – 0; X_i – натуральное значение фактора; X_{0i} – натуральное значение фактора на нулевом уровне; Δ – натуральное значение интервала варьирования.

Характеристики планирования

Показатель	Min (–1)	Max (+1)	Интервал варьирования $\Delta = \frac{X_j^{\max} - X_j^{\min}}{2}$
Плотность почвы в слое 0...100 см, г/см³	0,3	1,8	1,05
Мощность гумусового горизонта, см	10	100	55
Гумус в слое 0...100 см	0,5	9	4,75

Результат планирования второго порядка – адекватное квадратичное уравнение:

$$y(x_1, \dots, x_k) = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i x_i + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^k b_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^k b_{ii} x_i^2. \quad (2)$$

где b_0 – свободный член, b_i – линейные эффекты, b_{ij} – эффекты парного взаимодействия, b_{ii} – квадратичные эффекты.

При этом часть статистически незначимых членов в конечное уравнение не включается. Данные обрабатывали с использованием пакета символьной математики Mathcad.

Рассчитали коэффициенты регрессии из зависимостей:

$$\begin{aligned} b_0 &= \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \bar{y}_j, \\ b_i &= \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_{ji} \bar{y}_j, \\ b_{ii} &= \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_{ji}^2 \bar{y}_j. \end{aligned} \quad (3)$$

РЕЗУЛЬТАТЫ

Получили математическую модель урожайности в виде уравнения регрессии, которая представляет собой полином второго порядка:

$$\begin{aligned} y(x_1, x_2, x_3) &= 27,55 + 26,8x_1 - 0,05x_2 + \\ &+ 0,03x_2x_3 - 6,11x_3 - 12,2x_1^2 + 0,42x_3^2. \end{aligned} \quad (4)$$

Графическое изображение поверхностей отклика и соответствующие им линии уровня представлено на рисунках 1–3, 4-я стр. обл.

Выводы. На основании статистического анализа получена математическая модель урожайности яблони как аналитическая зависимость от трех факторов. Представлена геометрическая интерпретация регрессионной модели с помощью системы символьной математики Mathcad в виде поверхностей отклика и соответствующих им линий уровня. Даны практические рекомендации по выбору рациональных параметров внутри интервалов варьирования факторов.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Anderson N.T., Walsh K.B., Wulfsohn D. Technologies for forecasting tree fruit load and harvest timing – from ground, sky and time // *Agronomy*. 2021. Vol. 11. No. 7. PP. 1409.
2. Baraer M., Madramootoo C.A., Mehdi B.B. Evaluation of winter freeze damage risk to apple trees in global warming projections // *Transactions of the ASABE*. 2010. Vol. 53. No. 5. PP. 1387–1397.
3. Chaudhary M., Nassar L., Karray F. Deep Learning Approach for Forecasting Apple Yield using Soil Parameters // *IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (SMC)*. IEEE, 2021. PP. 844–850.
4. Cheng H. et al. Early yield prediction using image analysis of apple fruit and tree canopy features with neural networks // *Journal of Imaging*. 2017. Vol. 3. No. 1. PP. 6.
5. Danner M.A., Scariotto S., Citadin I. et al. Calcium sources applied to soil can replace leaf application in 'Fuji' apple tree // *Soil Science. Pesqui. Agropecu.* 2015. No. 45 (3).
6. D'yakov A.B., Ragavtseva I.A., Efimova I.L., Domozhirova V.V. The models for estimation of a combining ability of varieties and rootstocks to forecast yielding in apple trees // *Agricultural biology*. 2014. No. 5. PP. 55–65.
7. Ernani P.R., Dias J., Flore J.A. Annual additions of potassium to the soil increased apple yield in brazil // *Communications in Soil Science and Plant Analysis*. 2002. Vol. 33. Issue 7–8. PP. 1291–1304.
8. Kowalczyk W., Wrona D., Przybyłko S. Effect of Nitrogen Fertilization of Apple Orchard on Soil Mineral Nitrogen Content, Yielding of the Apple Trees and Nutritional Status of Leaves and Fruits // *Agriculture*. 2022. No. 12 (12). 2169.
9. Kurešová G., Menšík L., Haberle J., Svoboda S., Raimanová I. Influence of foliar micronutrients fertilization on nutritional status of apple trees // *Plant Soil Environ.* 2019. No. 65 (6). PP. 320–327.
10. Kuzin A.I., Kashirskaya N.Ya., Kochkina A.M., Kushner A.V. Correction of Potassium Fertigation Rate of Apple Tree (*Malus domestica* Borkh.) in Central Russia during the Growing Season // *Plants*. 2020. No. 9 (10). PP. 1366.
11. Milosevic T., Milosevic M. The effect of zeolite, organic and inorganic fertilizers on soil chemical properties, growth and biomass yield of apple trees // *Plant Soil Environ.* 2009. No. 55. PP. 528–535.
12. Mosa W.F., Paszt L.S., Frac M. et al. The influence of biofertilization on the growth, yield and fruit quality of cv. Topaz apple trees. *Hort. Sci. (Prague)*. 2016. No. 43. PP. 105–111.
13. Nazarko M., Lobanov V., Kasyanov G., Romanets I. Advantages of Growing and Storing of Organic Apples // *Series: Advances in Social Science, Education and Humanities Research. Proceedings of the International Scientific Conference The Fifth Technological Order: Prospects for the Development and Modernization of the Russian Agro-Industrial Sector (TFTS 2019)*. 2020. Vol. 393. PP. 124–129.
14. Nedeljković M., Potrebić V. Forecasting of apple production in the Republic of Srpska // *Western Balkan Journal of Agricultural Economics and Rural Development (WBJAERD)*. 2020. Vol. 2. No. 2322–2020–1498. PP. 21–29.
15. Nielsen G.H., Nielsen D., Toivonen P., Herbert L. Annual Bloom-time Phosphorus Fertigation Affects Soil Phosphorus, Apple Tree Phosphorus Nutrition, Yield, and Fruit Quality // *American Society for Horticultural Science*. 2008. Vol. 43. Issue 3. PP. 885–890.
16. Rozman C., Cvelbar U., Tojnik S. et al. Application of Neural Networks and Image Visualization for Early Forecast of Apple Yield // *Erwerbs-Obstbau*. 2012. Vol. 54. No. 2. PP. 1–8.
17. Stajniko D., Lakota M., Hočevar M. Estimation of number and diameter of apple fruits in an orchard during the growing season by thermal imaging // *Computers and Electronics in Agriculture*. 2004. Vol. 42. No. 1. PP. 31–42.
18. Stajniko D., Rakun J., Blanke M. Modelling Apple Fruit Yield Using Image Analysis for Fruit Colour, Shape and Texture // *European journal of horticultural science*. 2009. Vol. 74. No. 6. PP. 260–267.
19. Wrona D. Response of young apple trees to nitrogen fertilization, on two different soils // *ISHS Acta Horticulturae. V International Symposium on Mineral Nutrition of Fruit Plants*. 2006. Vol. 721. PP. 19.
20. Yi Z., Yong-sheng X., Ming-de H., Xiao-yan S. Effects of different patterns surface mulching on soil properties and fruit trees growth and yield in an apple orchard // *Yingyong Shengtai Xuebao*. 2010. Vol. 21. Issue 2. PP. 279–286.
21. Yang L., Maosheng G., Wei W. et al. The effects of conservation tillage practices on the soil water-holding capacity of a non-irrigated apple orchard in the Loess Plateau, China // *Soil and Tillage Research*. 2013. Vol. 130. PP. 7–12.
22. Zhang C., Yang G., Jiang Y. et al. Apple Tree Branch Information Extraction from Terrestrial Laser Scanning and Backpack-LiDAR. *Remote Sensing*. 2020. No. 12 (21). PP. 3592.
23. Zhao J. et al. Long-term changes in soil chemical properties with cropland-to-orchard conversion on the Loess Plateau, China: Regulatory factors and relations with apple yield // *Agricultural Systems*. 2023. Vol. 204. PP. 103–562.

Поступила в редакцию 12.11.2023

Принята к публикации 26.11.2023

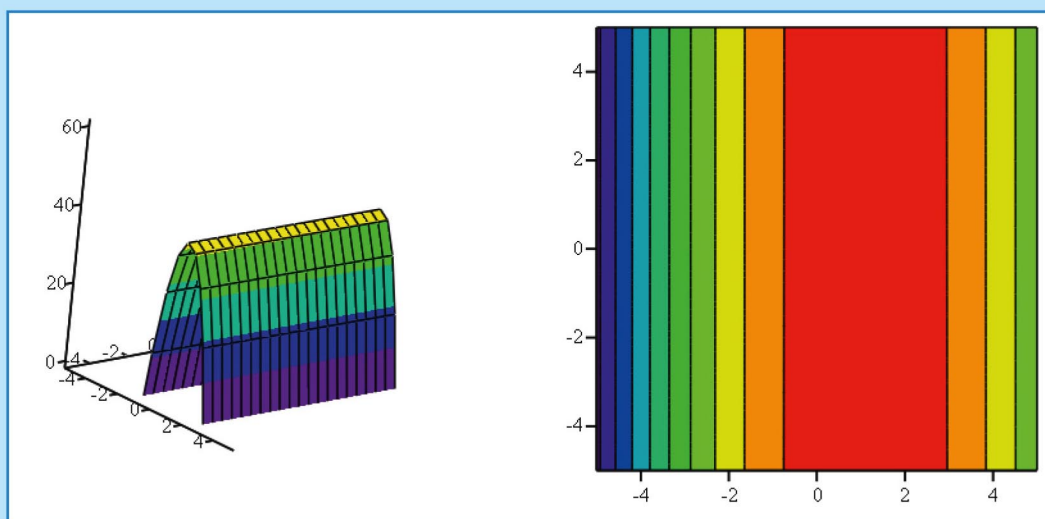


Рис. 1. Графики зависимости при $x_3 = 0$.

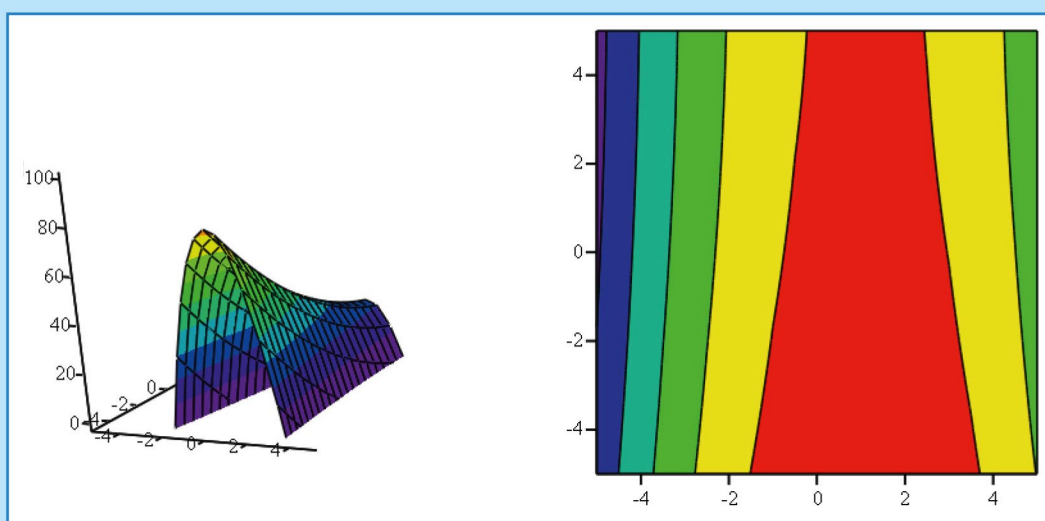


Рис. 2. Графики зависимости при $x_2 = 0$.

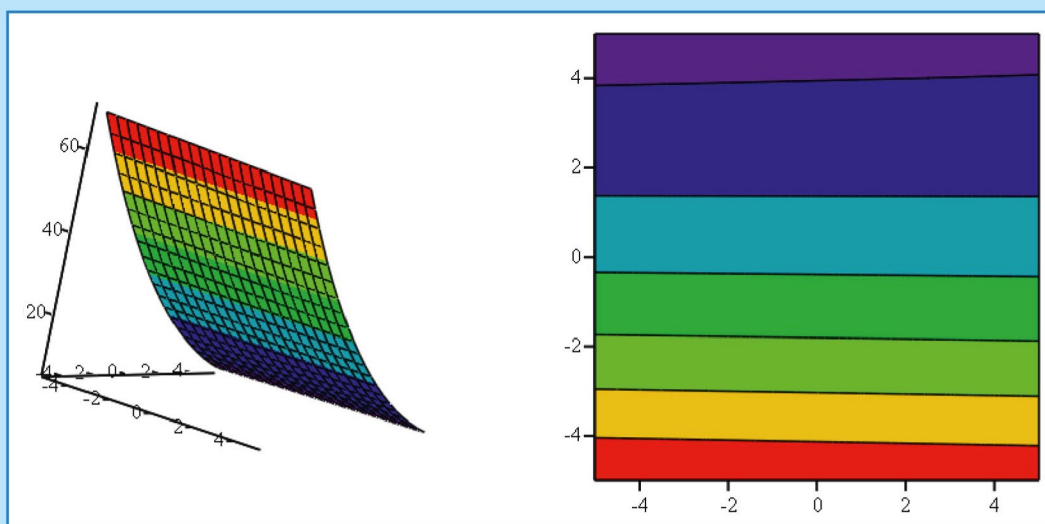


Рис. 3. Графики зависимости при $x_1 = 0$.